БЕЛОРУССКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ

ФАКУЛЬТЕТ ТРАНСПОРТНЫХ КОММУНИКАЦИЙ

КАФЕДРА “ГЕОДЕЗИИ И АЭРОКОСМИЧЕСКИХ ГЕОТЕХНОЛОГИЙ”

ОТЧЕТ

Расчётно-графическая работа №1“[Исследование ряда погрешностей на соответствие](#bookmark4) нормальному закону распределения”

по дисциплине “Теория математической обработки геодезических измерений”

Вариант 6

Выполнил:

ст.гр.31405123

Коваленко А. В.

Проверил: Будо А. Ю.

Минск

2025

ВВЕДЕНИЕ

Основными задачами, решаемыми вероятностно-статистическими методами в контексте исследования закона распределения случайных величин для общего случая, являются:

* Определение вида закона распределения ряда погрешностей - задача сглаживания или выравнивания статистического ряда.
* Определение степени согласования опытных данных с гипотезой о том, что случайная величина подчинена полученному в п. 1 закону распределения с вероятностью.

На основе перечисленных пунктов производится определение «наилучших» оценок неизвестных параметров распределения в виде оценок математического ожидания МО(А) как центра распределения и дисперсии D(A)как меры рассеивания – задача наилучшего оценивания.

Эти же задачи характерны в целом и для всей математической статистики. Обычно используют три группы алгоритмов исследования на закон распределения случайных величин:

* Приближенные - вычисляется ряд характеристик распределения и сравнивается с теоретическими значениями;
* Графические - по результатам измерений строится какое-либо графическое представление закона в виде многоугольника распределения;
* Вероятностные - выдвигается гипотеза о соответствии ряда погрешностей закону распределения с вероятностью Bи проверяется ее правильность или вычисляется величина-критерий, по которой выносят суждение о вероятности соответствия результатов измерений выдвинутой гипотезе.

Очевидно, что перед началом работы по определению соответствия ряда нормальному закону, следует убедиться, что он достаточно случаен, т.е. достаточно неплохо выполняются условия теоремы Ляпунова. Следует иметь в виду, что невыполнение этих условий полностью обесценит результаты исследований. Для этого производятся предварительные вычисления.

**Цель работы:** освоить различные методики исследования погрешностей результатов измерений на соответствие нормальному закону распределения с предварительным анализом на систематические и грубые ошибки; получить основные вероятностно­-статистические характеристики многократно измеренной величины.

Исходными данными для работы является отметки H одной точки, полученные при разных условиях.

Таблица 1 – Исходные данные

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| 6.048 | 7.009 | 8.607 | 5.955 | 6.193 |
| 5.592 | 7.833 | 6.550 | 8.061 | 6.983 |
| 5.572 | 6.223 | 7.743 | 9.439 | 5.220 |
| 5.611 | 8.903 | 7.334 | 7.045 | 5.581 |
| 8.892 | 5.893 | 7.467 | 8.743 | 8.431 |
| 6.167 | 6.090 | 7.962 | 6.387 | 8.441 |
| 7.582 | 5.763 | 6.485 | 7.490 | 6.823 |
| 6.108 | 9.541 | 7.305 | 5.332 | 8.257 |
| 6.661 | 7.954 | 6.544 | 7.904 | 6.083 |
| 5.783 | 8.049 | 7.274 | 6.953 | 7.300 |
| 7.416 | 6.825 | 4.301 | 6.986 | 8.489 |
| 8.504 | 7.654 | 6.194 | 7.025 | 9.075 |
| 6.394 | 7.150 | 6.900 | 5.927 | 5.067 |
| 6.641 | 7.229 | 6.987 | 5.753 | 8.152 |
| 6.624 | 6.974 | 6.754 | 5.775 | 8.885 |
| 8.617 | 6.916 | 5.335 | 8.058 | 6.348 |
| 6.585 | 5.522 | 6.750 | 7.491 | 8.011 |
| 6.081 | 8.094 | 5.380 | 6.306 | 7.402 |
| 6.189 | 7.174 | 7.335 | 6.538 | 6.484 |
| 7.361 | 7.883 | 4.781 | 5.757 | 8.620 |
| 7.520 | 6.931 | 6.425 | 8.036 | 8.123 |
| 7.489 | 6.124 | 6.151 | 5.774 | 7.094 |
| 6.807 | 6.145 | 6.139 | 6.998 | 5.244 |
| 5.256 | 6.234 | 4.789 | 6.956 | 6.829 |
| 8.547 | 4.273 | 6.827 | 8.211 | 7.439 |
| 6.808 | 5.274 | 8.112 | 5.077 | 7.592 |
| 4.592 | 7.318 | 7.211 | 9.181 |  |
| 4.898 | 6.117 | 7.415 | 6.013 |  |
| 7.032 | 7.297 | 6.465 | 7.014 |  |

Ход работы

**Оценки центра распределения**

Координата центра распределения определяет положение случайной величины на числовой оси. Дать однозначное определение этого понятия невозможно. Центр распределения может быть найден несколькими способами:

* как медиана распределения,
* как мода распределения,
* как математическое ожидание.

По возможности наиболее точная оценка центра распределения по выборке случайных величин исключительно важна, так как центр распределения используется в формулах для вычисления дисперсии, среднеквадратичного отклонения, коэффициента асимметрии и эксцесса распределения. Некорректное определение центра влечет за собой ошибки в определении всех этих величин.

Оценку центра распределения по выборке можно проводить различными способами. Не зная априорно закона распределения случайной величины, невозможно заранее указать наиболее приемлемый способ. К тому же, некоторые из этих оценок чувствительны к наличию аномальных значений в выборке (промахов).

Для нахождения центра распределения можно использовать альтернативные L, R-оценки, адаптивную оценку Хогга и др.

Но в данной работе для корректной оценки центра распределения Хцентр мы будем вычислять его пятью различными способами:

Хмедиана, Хцентр\_сгибов,, 50% , Хцентр\_размаха.

После этого пять полученных оценок упорядочим по возрастанию и выберем из них в качестве центра распределения серединное, то есть третье по счету, значение.

1. Хмедиана - обычная медиана. (6.931000)
2. - среднее арифметическое. (6.8979091)
3. Хцентр\_размаха- среднее между максимальным и минимальным значением в выборке. (6.907000)

4)Хцентр\_сгибов - Центр 50%-ного интерквантильного промежутка (нечувствительна к промахам в выборке). Перед вычислением упорядочивают выборку по возрастанию. Вычисляют четвертую часть от объема выборки, то есть.

М=ЦЕЛОЕ(143/4)=35. (1)

Тогда центр сгибов определяется по формуле:

Хцентр\_сгибов= = 6.854500. (2)

5) Ẋ50% - среднее арифметическое по 50%-му интерквантильному промежутку вычисляется по формуле:

Ẋ50%==6.8647945 (3)

Хцентр=6.8979091

**Исключение промахов из выборки**

Промахами в выборке случайных величин будем называть аномально отклоняющиеся от центра распределения значения по сравнению с основной массой данных. Исключать промахи из выборки необходимо, т.к. они могут существенно исказить оценку параметров распределения. Для исключения промахов введём понятие коэффициента цензурирования - безразмерной величины G, при которой промахами считаются все значения из выборки, лежащие за пределами интервала

Хцентр ≤ x ≤ Хцентр, (4)

3.8359669 ≤ x ≤ 9.8936221,

где

=1.1183306. (5)

Интуитивно понятно, что коэффициент цензурирования должен зависеть от объема выборки и рассчитанного по выборке значения эксцесса. Действительно, такое отклонение от центра, которое является промахом для средневершинного (затем более плосковершинного) распределения, для островершинного распределения с его длинными "тяжелыми" спадами может безусловно принадлежать выборке.

Эмпирическая формула для коэффициента цензурирования как функции от объема выборки N и эксцесса E, пригодная к применению для широкого класса распределений следующая:

G=1.55+0.8lg(N/10) = 2.7083473, (6)

где

Е = =2.5706556, (7)

Условие невыполнимо для двух результатов измерения.

После удаления промахов нужно пересчитать параметры распределения. При этом в качестве центра распределения уже можно использовать среднее арифметическое, как состоятельную и несмещенную оценку математического ожидания.

**Предварительные вычисления для исследования**

В предварительных вычислениях ряд исследуется на наличие значимых систематических и грубых погрешностей, а также меры однородности результатов по точности на основе различных критериев.

**Определение значимости систематического влияния**. Следует иметь в виду, что систематические влияния в рядах присутствуют всегда, но они могут быть значимы и не значимы. При определении наличия значимых систематических погрешностей в ряду имеют место два случая:

1) известно истинное значение определяемой величины и произведено N-ое измерений хi. В этом случае пользуются зависимостью

, (8)

где

, (9)

средняя квадратическая погрешность среднего арифметического

, (10)

m – средняя квадратическая погрешность (СКП) исследуемой величины,

N – число элементов в ряду.

zq – квантиль t-распределения Стьюдента определяется по уровню значимости q (или вероятности *β*) и числу избыточных измерений (числу степеней свободы) k = N – 1 и выбирается из статистических таблиц или вычисляется, например, в Excel. Если неравенство выполняется, то с вероятностью *β* = 1 – q считаем, что значимые систематические погрешности в ряду измерений отсутствуют;

2) истинное значение величины неизвестно. Тогда наличие в результатах наблюдений постоянной составляющей может быть выяснено по наиболее распространенному в геодезии критерию Аббе. Для этого выдвигается гипотеза, что с вероятностью *β* в предложенном ряду отсутствует значимое систематическое влияние. По исследуемым величинам вычисляется практическая величина

= 0.9978399, (11)

которая является отношением двух оценок дисперсий, средние квадратические ошибки которых получены как

= 1.1183306, (12)

и

=1.1171221, (13)

где уклонение *i*-той величины от среднего

, (14)

последовательные разности

. (15)

В (13) суммирование производится по (N -1) элементам. Для сравнения, по заданной вероятности β (или уровню значимости q), числу степеней свободы rи с использованием статистических таблиц критерия Аббе получают контрольную величину δq. Тогда, при δ>δq принимается гипотеза об отсутствии систематической ошибки с вероятностью Р=1 - q. В противном случае (δ<δq) следует принять гипотезу о постоянной составляющей в статистической совокупности и для корректной оценки исследуемых параметров ее необходимо исключить из ряда измерений. Для этого получают усредненную величину систематического влияния, равную среднему арифметическому из всех элементов. Данную величину исключают из измерений, получая новый ряд Хисп с уменьшенной по сравнению с исходным рядом систематической составляющей.

. (16)

При N> 60 величина δq может быть вычислена по формуле

= 0.8633329, (17)

где – квантиль нормированного нормального распределения. Для его нахождения в Microsoft Excel 2007 используется формула

= НОРМСТОБР(q) (18)

Например, при q=0.05 будет получено значение

Анализ формул (11) – (13) говорит о том, что постоянная часть будет значима в измерениях, когда величины уклонений от среднего минимальны, а последовательные разности максимальны.

Исследование на наличие грубых погрешностей. При отсутствии систематической составляющей, или после их исключения по [(16)](#bookmark15) проводят исследование на наличие в ряду грубых погрешностей. В зависимости от требований задачи существует масса критериев, решающих поставленную задачу: критерий Граббса, Диксона, Шарлье, Шовенэ и др. В работе для выявления грубых погрешностей предлагается использовать критерий Граббса. Критерий дает вероятность выполнения выдвинутой гипотезы о том, что максимальное, или минимальное значение из ряда не являются грубыми погрешностями. Для этого по экстремальным значениям выборки Xmax и Xmin, среднему арифметическому и средней квадратической погрешности.

2.3634254, (19)

2.3471674 (20)

Zq=0.2849ln(N)+1.9517=3.3656144. (21)

Если zвыч<zq для максимального и минимального значения, то следует принять гипотезу об отсутствии в ряду грубых погрешностей, так как экстремальные значения не являются грубыми. Значения теоретической величины критерия zq получают по заданному аргументу q и числу элементов в выборке N по специальным статистическим таблицам критерия Граббса для zq. Если же >zq, тогда крайнее значение вариационного ряда из дальнейшей обработки следует исключить, а к новым крайним значениям еще раз применить критерий Граббса. В рамках данной работы при необходимости удаляется одно или оба крайних значения.

**Выявление неоднородности в исследуемом ряду**. Для выявления степени неоднородности (неравноточности) результатов измерений используется самый простой F-критерий Фишера. Для этого разбивают исследуемую выборку на две примерно одинаковые подвыборки и для каждой вычисляются средние квадратические погрешности (для первой половины выборки) и (для второй половины выборки). В данной работе в случае нечётного количества элементов в исходной выборке размер первой подвыборки делаем меньше размера второй. Тогда, если вычисленное значение статистики Фишера Fвыч<Fкрит (критического значения), то принимается гипотеза с вероятностью β об отсутствии неравноточности (разнородности) в ряду исследуемых величин. Здесь величина Fвыч=, причем в числителе должна быть большая дисперсия. Значение Fкрит выбирают из таблиц распределения Фишера по r1 = N - 1 - 1 (для числителя) и r2 = N2 - 1 - 1 (для знаменателя) степеням свободы и вероятности (1+B)/2. Также расчёт можно произвести в Excel.

Таким образом, ряд исследуемых случайных величин будет подготовлен в соответствии с центральной предельной теоремой Ляпунова для корректного исследования на соответствие нормальному закону распределения.

1.2097467, (22)

=1.3039085, (23)

=1.0778360, (24)

1.6059022, (25)

r1=r2=N1-1-1=69;70. (26)

**Вычисление основных характеристик ряда**

Как было показано выше, к основным характеристикам закона распределения относят математическое ожидание М(Х) (так называемый начальный момент первого порядка) и стандарта (корень из центрального момента второго порядка). Эти величины теоретические и могут быть точно определены только при числе элементов в ряду N = ∞. В практической деятельности используют какой-либо вид их оценок, которые вычислимы при конечном N. Для нормального закона это соответственно среднее арифметическое = Хср и средняя квадратическая погрешность m.

Оценки математического ожидания, дисперсии и стандарта получим по следующим формулам

M(X)= =6.8979091, (27)

D(X) = 1.2506633 (28)

=1.1183306. (29)

Если в качестве исследуемых величин берутся истинные ошибки (например, невязки), то сумму в формулах (27)-(28) для усреднения делят на количество элементов N (форма Гаусса); если в качестве погрешностей используют уклонения от оценки (например, от среднего арифметического), то в качестве делителя берут число степеней свободы N - 1 (формула Бесселя).

**Приближенные критерии исследования**

Приближенные критерии исследования ряда погрешностей на соответствие нормальному закону распределения используют сравнение некоторых известных теоретических характеристик нормального закона и их вычисленных по результатам измерений аналогов. Степень отличия теоретических величин от вычисленных оценок говорит о степени приближения исследуемого ряда к нормальному закону.

Кроме наиболее распространенной средней квадратической погрешности mиспользуют средние абсолютные v и вероятные (срединные) ошибки r, которые являются оценками теоретических абсолютных центральных моментов первого порядка и 0.5 (или 2) - квантили закона распределения Гаусса соответственно. Между тремя ошибками m, v и *r* для нормального закона распределения величин имеются теоретические строгие соотношения

(30)

k1=1.0878740 k2=0.167975102 k3=8.9847784

По величине отклонения вычисленных значений от их теоретических аналогов можно судить о степени приближения ряда к закону Гаусса, а также возможно использовать [(30)](#bookmark3) для вычисления любых других двух погрешностей, если известна одна из трех. В качестве меры значимости отличия вычисленной величины от ее теоретического значения можно использовать, например, "критерий ничтожных влияний", гласящий, что величина считается неизменной, если ее вариация составляет не более 11 % от самой величины. Например, для первой формулы из (30) имеем

(31)

Тогда отклонения коэффициентов считаются допустимыми, если их

абсолютная разность не более 0.138, 0.163 и 0.130 соответственно.

Для вычисления средней абсолютной ошибки пользуются формулами

, (32)

и

*.* (33)

Чтобы определить вероятную ошибку, величины располагают в так называемый абсолютный вариационный ряд (по возрастанию их абсолютных значений). В данной работе каждый элемент ряда рассчитывается по формуле

(34)

Если в ряду нечетное число элементов, то искомая ошибка равна значению величины, находящейся точно посередине (величина с номером (N+1)/2 в построенном вариационном ряду). Если число исследуемых величин четное, то значение ошибки находится как среднее арифметическое из двух чисел, стоящих в середине ряда (среднее между элементами с номерами N/2 и (N+1)/2). Другими словами, находится медиана ряда

*r = med(z),* (35)

К дополнительным характеристикам распределения случайных величин, составляющих статистическую совокупность, называемым характеристиками формы, относят эксцесс Е- меру “крутости” и асимметрию А -меру “скошенности”, которые получаются с использованием моментов более высокого порядка. При этом следует помнить, что для нормального закона распределения теоретические зна­чения асимметриии эксцессаравны нулю. Тогда значения эксцесса и асимметрии можно считать несущественными при условиях

|A|≤tmA, (36)

и

|Е|≤tmЕ, (37)

где

=0.0434712, (38)

=-0.4597317. (39)

Значение вероятностного коэффициента t в [(36),](#bookmark20) [(37)](#bookmark21) выбирают в зависимости от вероятности изменяя её как (1 +β)/2, так как интервал двухсторонний и используя таблицы нормального распределения. Для наиболее часто используемой вероятности 0.95 коэффициент для двухстороннего интервала будет равен 1.96.

Эмпирические значения средних квадратических погрешностей дополни­тельных характеристик распределения могут быть вычислены по сокращенным формулам

mA= =0.2048366, (40)

mE= =0.4096732. (41)

Следует иметь ввиду, что если при вычислении асимметрии А её значение окажется больше нуля, то кривая эмпирического распределения будет скошена влево, а когда А < 0 - то вправо. При величине эксцесса Е > 0 эмпирическое распре­деление "высоковершинное" (его вершина выше вершины теоретической кривой нормального распределения). В противном случае (Е <0) распределение" низковершинное".

Вычисления оценок параметров нормального распределения исследуемого ряда величин (среднего арифметического и средней квадратической погрешности), а также ее дополнительных характеристик (коэффициентов k, асимметрии и эксцесса) позволяют сделать только предварительное заключение о соответствии эмпирического распределения теоретическому нормальному закону Гаусса и только по близости соответствующих теоретических характеристик распределения их вычисленным аналогам.

**Графический критерий исследования**

Для дальнейших исследований погрешностей на соответствие их нормальному закону распределения строят для ряда одно из его графических представлений, например, в виде гистограммы или многоугольника распределения, с нанесенной поверх её теоретической кривой закона Гаусса с параметрами и *m*, называемой огивой.

В данной работе предлагается использовать гистограмму. Построение гистограммы начинают с разбиения ряда погрешностей на интервалы. Число интервалов k зависит от точности измерений, количества элементов в выборке и является в некотором смысле произвольным. Основное требование к количеству и величине интервалов заключается в том, чтобы полученный на их основе график был наглядным и правдоподобным. Длину интервала Qможно получить, например, используя следующие формулы

(42)

если известно число интервалов k,и

, (43)

если используется количество элементов N в ряду (формула Г. Стерджесса). Полученное значение длины интервала Q округляют в сторону уменьшения до удобного для дальнейших вычислений числа. При этом значения крайних элементов ряда (максимальное и минимальное) должны обязательно лежать в пределах вычисленного интервала. Сами длины интервалов принято выражать в долях средней квадратической погрешности m соответствующих им единицах произведенных измерений (секунды, метры и т.д.).

В геодезии чаще всего в такого рода исследованиях ряд делят на 12 интервалов, каждый из которых должен иметь размер 0.5 m.

Далее необходимо подсчитать число Nj элементов ряда, принадлежащих j-му интервалу, и вычислить практические оценки неизвестных вероятностей (частоты Qj) по формуле

. (44)

При этом необходимо проследить, чтобы сумма частот по всем интервалам равнялась числу всех элементов в выборке, а сумма частот была равна единице в пределах ошибки округления.

Для построения гистограммы исследуемых случайных величин значение j-той частоты делят на длину принятого интервала, обычно равного половине средней квадратической ошибки. Таким образом, получают вертикальные составляющие гистограммы, называемые высотами прямоугольников

. (45)

Результаты вычислений целесообразно представлять в таблице с соответствующими контролями по числу элементов и частоте в интервалах.

Таблица №2 - Вычисление значений для гистограммы эмпирического распределения

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| **Интервал в долях m** | **Интервал в ед. измерения** | **Абсолютная частота Nj** | **Относительная частота Qj=Nj/N** | **Сторона прямоуг. hj** |
|
| [-3,0m; -2,5m] | -3.35499; -2.79582 | 0 | 0 | 0 |
| [-2,5m; -2,0m] | -2.79582; -2.23666 | 3 | 0.02112676 | 0.037782676 |
| [-2,0m; -1,5m] | -2.23666; -1.67749 | 6 | 0.04225352 | 0.075565351 |
| [-1,5m; -1,0m] | -1.67749; -1.11833 | 16 | 0.11267605 | 0.201507603 |
| [-1,0m; -0,5m] | -1.11833; -0.55916 | 22 | 0.15492957 | 0.277072954 |
| [-0,5m; 0m] | -0.55916; 0,0000 | 22 | 0.15492957 | 0.277072954 |
| [0m; 0,5m] | 0,0000; 0.55916 | 32 | 0.22535211 | 0.403015206 |
| [0,5m; 1,0m] | 0.55916; 1.11833 | 15 | 0.10563380 | 0.188913378 |
| [1,0m; 1,5m] | 1.11833; 1.67749 | 16 | 0.11267605 | 0.201507603 |
| [1,5m; 2,0m] | 1.67749; 2.23666 | 8 | 0.05633802 | 0.100753801 |
| [2,0m; 2,5m] | 2.23666; 2.79582 | 3 | 0.02112676 | 0.037782676 |
| [2,5m; 3,0m] | 2.79582; 3.35499 | 0 | 0 | 0 |
|  | Σ | 143 | 1.00704225 |  |

При таком представлении гистограммы площадь построенного прямоугольника будет равна величине соответствующей частоты, а общая площадь примерно единице. Построение эмпирического распределения производят по значениям длин интервалов (ось абсцисс) и высот прямоугольников (ось ординат). На выбор масштабов накладывается лишь условие наглядности. Вид гистограммы дает возможность предположить о мере соответствия исследуемых величин нормальному закону распределения Гаусса.

На этом же графике необходимо построить теоретическую кривую, соответствующую нормальному закону, которая наилучшим образом сглаживает (выравнивает) данное эмпирическое распределение. Кривая строится на основе формулы плотности вероятности для закона Гаусса

. (46)

Учитывая, что *t=(X-µ)/m* – это нормированные границы интервалов, введём обозначение

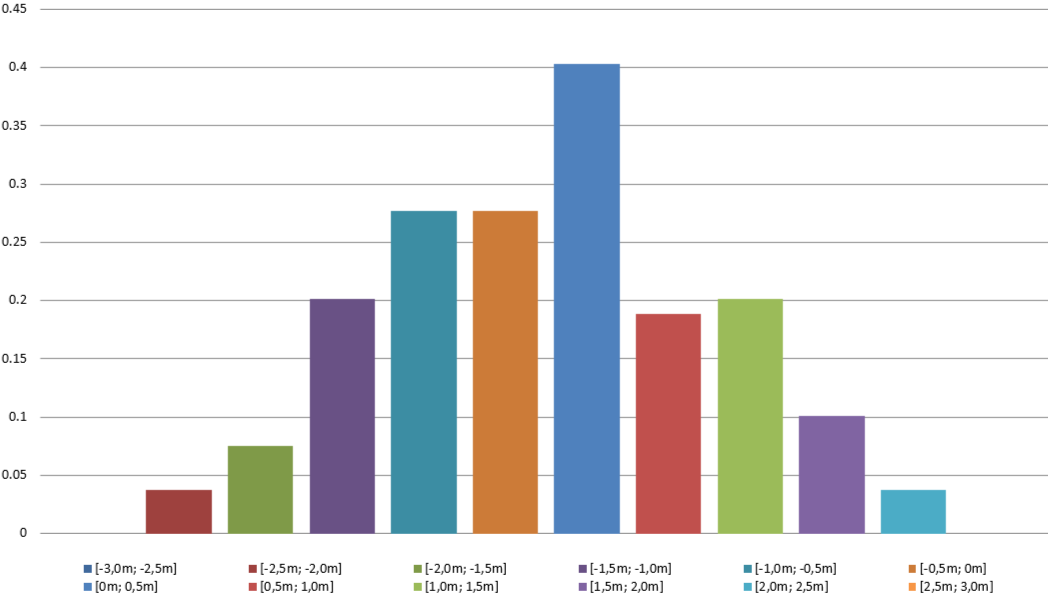
, (47)

тогда формулу (46) можно представить как

, (48)

Обычно величина t изменяется от –3 до 3 через 0.5, так что вычисления не представляют трудности. Необходимо учитывать, что функция симметричная, т.е., f(–x) = –f(x). Значения функции (48) с m = 1 приведены в книгах по статистике или обработке измерений в виде таблиц и также могут быть использованы при вычислениях.

По значениям t и функции (48) на рисунок гистограммы наносится ряд точек, которые соединяются плавной сплошной линией (огивой). Эта линия и будет соответствовать теоретической кривой нормального закона распределения со стандартными характеристиками, которая визуально сравнивается с практическим представлением распределения в виде гистограммы (Рисунок 1).



**Рисунок 1 – Гистограмма и огива.**

**Точные критерии исследования**

Строгую оценку степени соответствия эмпирического распределения теоретическому выполним на основе статистического аппарата проверки гипотез. Для этого задается уровень значимости q (вероятность невыполнения гипотезы) или β (вероятность выполнения гипотезы) и выдвигается гипотеза, что ряд исследуемых величин подчинен нормальному распределению Гаусса с вероятностью β. При этом, естественно, β + q = 1.

К точным критериям исследования соответствия эмпирического распределения теоретическому относят критерии согласия Колмогорова и Пирсона. Критерий согласия Колмогорова предназначен для проверки гипотезы о принадлежности выборки некоторому закону распределения, то есть проверки того, что эмпирическое распределение соответствует предполагаемой модели. Данный критерий рекомендуется применять при N> 200.

Для оценки степени приближения к нормальному закону по критерию Пирсона следует вычислить величину

. (49)

Здесь – теоретическая вероятность попадания случайной величины в соответствующий интервал, Данная величина вычисляется по значениям интеграла вероятностиФ(), которые выбираются из статистических таблиц по величинам границ интервалов

, (50)

и не деля на два, если используются таблицы нормированной функции Лапласа. Для вычислений можно использовать также любой статистический программный пакет для расчета вероятности попадания величин в соответствующий интервал.

Степень согласованности эмпирического распределения с теоретическим можно провести двумя способами. Во-первых, задать вероятность β, по которой по числу степеней свободы r из статистических таблиц Пирсона или из какой-либо программы (например, Excel) получают эталонное значение . Если вычисленное значение меньше эталонного, то с вероятностью β можно принять выдвинутую гипотезу о соответствии ряда нормальному закону распределения.

При втором подходе по вычисленной величине и числу степеней свободы из статистических таблиц выбирают вероятность β того, что выдвинутая гипотеза принимается. При этом для целей геодезии можно использовать следующие характеристики для вероятностей:

β> 0.5 – отличное согласование с выдвинутой гипотезой о нормальности;

0.3 <β< 0.5 – согласие считают хорошим;

0.1 <β< 0.3 – согласие удовлетворительное;

β< 0.1 – согласие считается неудовлетворительным.

Число степеней свободы r определяется как r = k – 1 – s, где k – число

интервалов, s – число определяемых для характеристики закона распределения параметров (чаще всего определяют математическое ожидание и дисперсию, тогдаs = 2).

**Вывод:**

Таким образом, в ходе расчетно-графической работы я изучил, а также освоил различные методики исследования погрешностей результатов измерений на соответствие нормальному закону распределения с предварительным анализом на систематические и грубые ошибки; получил основные вероятностно­-статистические характеристики многократно измеренной величины.